EXAMEN FINAL DE FÍSICA

1^{er} parcial

Lic. En Química

24 – junio – 2002

APELLIDOS.....NOMBRE.....GRUPO.....

Cuestiones (1.5 punto cada una)

1. En las especificaciones de un equipo se indica que es capaz de resistir una aceleración de $10g$. Para comprobarlo, se coloca al equipo en un sistema vibrante que describe un movimiento armónico simple. Si sometemos al equipo a una vibración de amplitud 1.5 cm , ¿cuál debe ser la frecuencia de oscilación para comprobar que el equipo verifica la especificación?
2. ¿Por qué dos camiones que circulan en paralelo a gran velocidad se atraen entre sí?
3. Una molécula posee dos estados de equilibrio, **I** y **II**, y su energía potencial E_{pot} depende del tamaño R de la molécula en la forma mostrada en la figura. Si la molécula se encuentra en reposo en el estado **I**, ¿qué energía habrá que comunicarle para que pase al estado **II**?

Problemas

1. (3 puntos) Un resorte sin masa está unido a un cilindro de masa $M = 1\text{ kg}$ que puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal, tal y como muestra la figura. El sistema se suelta desde el reposo en una posición en la que el resorte está estirado 0.2 m con respecto a la posición de equilibrio. Si la constante elástica del resorte es 0.3 N/m , determínese

- Las ecuaciones del movimiento de traslación y rotación del cilindro.
- La energía cinética de rotación y traslación del cilindro cuando pasa por la posición de equilibrio.
- El periodo de oscilación del cilindro.

2. (2.5 puntos) Se lanza un satélite artificial desde un punto en el ecuador de la Tierra de forma que permanece fijo en la misma vertical con respecto a un observador que está en la superficie de la Tierra. Si la masa del satélite es $m = 100\text{ kg}$ y el radio de la Tierra es $R = 6400\text{ km}$, calcular:

- La altura del satélite con respecto a la superficie terrestre.
- La energía potencial del satélite.
- La energía cinética del satélite.

SOLUCIONES

Cuestiones

1. La aceleración máxima de un m.a.s. es $A\omega^2$. Para alcanzar 10g, la frecuencia angular tiene que ser:

$$\omega \geq \sqrt{\frac{10g}{A}} = \sqrt{\frac{10 \times 980 \text{ cm/s}^2}{1.5 \text{ cm}}} = 80.8 \text{ s}^{-1}$$

y la frecuencia debe ser: $\nu = \omega / 2\pi = 12.9 \text{ s}^{-1}$.

2. Porque la velocidad del aire entre ellos es mayor que la velocidad en la parte exterior de los camiones y, por la ecuación de Bernoulli, la presión será menor. La diferencia de presiones conduce a una fuerza de atracción entre los camiones.
3. La energía necesaria para atravesar el máximo de energía potencial es $12 \times 10^{-19} \text{ J}$. Como inicialmente la molécula tiene $8 \times 10^{-19} \text{ J}$, hay que comunicarle una energía de $2 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Problemas

1.

i) Sobre el cilindro actúan la fuerza del resorte y la fuerza de rozamiento. Si x es el desplazamiento del resorte con respecto a su posición de equilibrio (positivo hacia la derecha), tendremos:

$$Ma = -kx + F_{roz}$$

$$I\alpha = -RF_{roz}$$

en donde los ángulos se toman positivos en la dirección de las agujas del reloj (por eso aparece un signo negativo en la segunda ecuación: si la fuerza de rozamiento apunta hacia la izquierda, induce en el cilindro una aceleración en el sentido de las agujas del reloj).

ii) En un cuerpo que rueda sin deslizar la fuerza de rozamiento no realiza ningún trabajo. Por tanto, la energía total del sistema se conserva. La energía inicial es:

$$E = \frac{1}{2}kx_0^2 = 0.006 \text{ J}$$

que será igual a la energía cinética en la posición de equilibrio. Esta energía es:

$$E = \frac{Mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{MR^2(v/R)^2}{4} = \frac{3}{2}E_{tras}$$

En donde hemos utilizado la condición de rodadura $\omega = v/R$ y la expresión para el momento de inercia del cilindro. De la expresión anterior se deduce que la energía cinética de traslación es 0.004 J y la de rotación 0.002 J.

iii) Utilizando la condición de rodadura $a = R\alpha$ y la ecuación del movimiento para la rotación, se deduce:

$$F_{roz} = -\frac{I\alpha}{R} = -\frac{Ma}{2}$$

La ecuación para la traslación se puede escribir en la forma:

$$Ma = -kx - \frac{Ma}{2} \Rightarrow \ddot{x} = a = -\frac{2k}{3M}x$$

que es la ecuación de un m.a.s. de frecuencia angular

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{3M}} = 0.447 \text{ s}^{-1}$$

y periodo $T = 2\pi / \omega = 14 \text{ s}$.

2.

i) Como el satélite es geoestacionario, su periodo es $T = 24$ horas. Si R es el radio de la órbita, entonces la velocidad del satélite es:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Utilizando la ecuación de Newton para el satélite se obtiene el radio de la órbita y su altura:

$$\begin{aligned} G \frac{M_T M_S}{R^2} &= \frac{M_S v^2}{R} \Rightarrow G \frac{M_T}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \\ \Rightarrow R &= \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{g R_T^2 T^2}{4\pi^2}} = 42340 \text{ km} \\ \Rightarrow h &= R - R_T = 36000 \text{ km} \end{aligned}$$

ii) La energía potencial es:

$$E_{pot} = -\frac{GM_T M_S}{R} = -\frac{g M_S R_T^2}{R} = -1.115 \times 10^9 \text{ J}$$

iii) La energía cinética:

$$E_{cin} = \frac{GM_T M_S}{2R} = \frac{g M_S R_T^2}{2R} = 0.5575 \times 10^9 \text{ J}$$