Boletín 2: Ondas(II)

1. Un sonido se transmite por ondas planas, de frecuencia 600 Hz. Su sonoridad es de 30 decibelios y su velocidad de propagación 300 m/s. Determínese la amplitud de las oscilaciones de los puntos del medio suponiendo que su densidad es de 1.29 x 10^{-3} g/cm^3.

Solución:

Utilizamos la fórmula vista en teoría para la intensidad del sonido: $I = \frac{1}{2}\rho s_0^2 \omega^2 v$ conjuntamente con la expresión para el nivel de intensidad: $\beta = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$ $I_0 = 10^{-12} W$

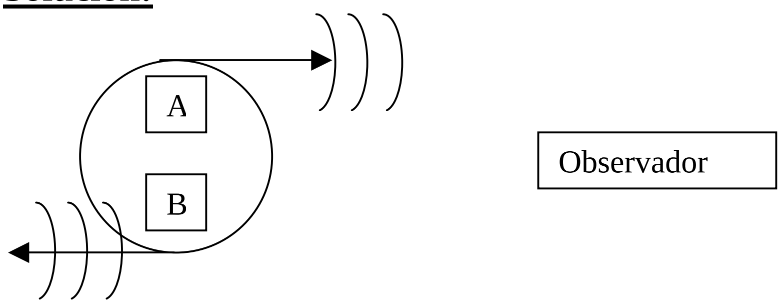
Operando en la segunda fórmula obtenemos: $I = I_0 10^{-12+\frac{30}{10}} = 10^{-9} W$

Y despejando en la primera fórmula: $s_0 = \sqrt{\frac{I}{\rho\omega^2 v}} = 6{,}03 \cdot 10^{-8}\, cm$

Aunque todos los datos son coherentes (típicos de sonidos reales) me resulta increible lo extremadamente pequeño que es s_0. Sin embargo no veo ningún error obvio.

2. Una sirena de 500 Hz, atada al extremo de una cuerda de 3m de longitud gira a 400 rpm (revoluciones por minuto) . ¿Cuál es el intervalo de frecuencias oído por un observador situado a cierta distancia en el plano de rotación de la sirena? (velocidad del sonido = 340 m/s).

Solución:



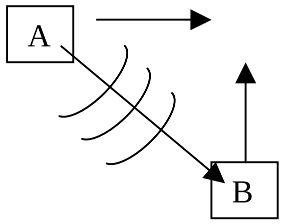
Observaremos la frecuencia máxima en A, ya que la fuente se acerca al observador y la mínima en B cuando la fuente se aleja. En ambos casos la velocidad de la fuente con respecto al observador será en valor absoluto: $v_{fuente} = R\omega = 3m * 400\,\frac{rev}{\min} * 2\pi\,\frac{rad}{rev} * \frac{1\min}{60s} = 40\pi\,\frac{m}{s} = 125{,}7\,\frac{m}{s}$

$$f_{\max} = \frac{v_{sonido}}{v_{sonido} - v_{fuente}} f_0 = 1{,}59\, f_0 = 793{,}1 Hz$$

$$f_{\min} = \frac{v_{sonido}}{v_{sonido} + v_{fuente}} f_0 = 0{,}73\, f_0 = 365{,}1 Hz$$

3. Un coche se desplaza a lo largo de una carretera rectilínea con una velocidad uniforme de 100 km/h, haciendo sonar una bocina de frecuencia 200 Hz. Otro coche se aproxima a dicha carretera por un camino perpendicular, con una velocidad constante de 60 km/h. Determínese la frecuencia de la nota oída por el ocupante del segundo coche cuando la línea que une a ambos móviles forma un ángulo de 45^0 con la carretera. (Velocidad del sonido = 340 m/s). (Sol: 219 Hz).

Solución:



El ocupante del coche oirá otra frecuencia distinta debido al efecto Doppler. Para ello sólo influyen las componentes de la velocidad a lo largo de la línea que une los dos móviles.

- Pasamos las velocidades al SI (aunque no haría falta, ya que usaremos cocientes de velocidades)

$$100\frac{km}{h}*\frac{1h}{3600s}*\frac{1000m}{1km}=27{,}8\frac{m}{s}$$

$$60\frac{km}{h}=\dots \qquad =16{,}7\frac{m}{s}$$

- Proyectamos a lo largo de la línea que les une

$$\hat{v}_{emisor}=\left|v_{emisor}\right|\cos 45^0=27{,}8\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}$$

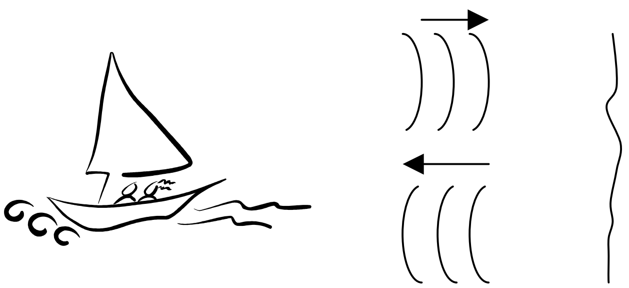
$$\hat{v}_{receptor}=\left|v_{receptor}\right|\cos 45^0=16{,}7\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}$$

- Finalmente aplicamos la fórmula del efecto Doppler

$$f=\frac{v_{sonido}+\hat{v}_{receptor}}{v_{sonido}-\hat{v}_{emisor}}f_0=219\,Hz$$

4. Un barco que hace sonar su sirena con una frecuencia de 380 Hz se acerca a un acantilado vertical y plano con una velocidad v_E =12 m/s y dirección normal al acantilado. Determínese la frecuencia del sonido reflejado que percibirá un observador situado en el barco (velocidad del sonido v=340 m/s).(Sol: 408 Hz).

Solución:



El ocupante del barco oirá otra frecuencia distinta debido al efecto Doppler. El sonido se propaga con velocidad de 340 m/s. Cuando emite un sonido estando en movimiento la frecuencia del sonido emitido varía. Cuando el sonido se refleje en el acantilado el ocupante del barco estará en movimiento respecto a la fuente (que es el acantilado ahora). Por tanto es aplicación directa de la fórmula del efecto Doppler con emisor y receptor en movimiento con la velocidad del barco. En los dos casos la frecuencia aumenta, luego con los signos ya elegidos es:

$$f = \frac{v_{sonido} + \widehat{v}_{receptor}}{v_{sonido} - \widehat{v}_{emisor}} f_0 = \frac{v_{sonido} + \widehat{v}_{barco}}{v_{sonido} - \widehat{v}_{barco}} f_0 = \frac{340+12}{340-12} 380 Hz = 408\,Hz$$

5. La fuente de sonido del equipo de sonar de un barco funciona a una frecuencia de 30 kHz. La velocidad del sonido en el agua es de 1480 m/s.
   a. ¿Cuál es la longitud de onda de las ondas emitidas por la fuente?
   b. ¿Cuál es la diferencia de frecuencias entre las ondas emitidas directamente y las reflejadas por una ballena que se mueve con velocidad de 6.95 m/s alejándose del barco?

   Suponer que el barco está en reposo respecto del agua.
   (Sol: a) 0.049 m b) 280 Hz)

Solución:

a) $\lambda \cdot f = v \Rightarrow \lambda = \dfrac{1480 m/s}{30000 Hz} = 0.049 m$

b) Muy parecido al problema anterior. Suponemos el barco quieto. La ballena actua como un emisor en movimiento y receptor en movimiento. La frecuencia disminuye pues emisor y receptor se alejan. Por tanto:

$$f_{recibida} = \frac{v_{sonido} + v_{ballena}}{v_{sonido} - \widehat{v}_{emisor}} f_0 = \frac{1480+6{,}95}{1480-6{,}95} 30 kHz = 30283\,Hz$$

$$\Delta f = f_{recibida} - f_0 \approx 280 Hz$$

6. A lo largo de una cuerda se superponen dos ondas dadas por las ecuaciones:

   $y_1 = 5.cm\, sen(0{,}2\pi x - 200\pi t)$ e $y_2 = 5.\,cm\; sen\left(0{,}2\pi x - 200\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

   donde x viene dada en metros y t en segundos. Exprese:

   a. La frecuencia y la longitud de onda para cada una de las ondas que se superponen.
   b. La ecuación de la onda resultante de la superposición.
   c. La frecuencia y la longitud de la onda resultante.
   d. La amplitud y la velocidad de la onda resultante.

Solución:

Es el caso más sencillo de superposición de ondas. Primero identificaremos los parámetros de cada una de las ondas:

a) Si escribimos $y = Asen\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}x - \dfrac{2\pi}{T}t\right) = Asen\left(\dfrac{2\pi}{\lambda} - 2\pi f t\right)$ podemos deducir que $\lambda_1 = \lambda_2 = 10m \quad f_1 = f_2 = 100Hz$

b) Se trata de la superposición de dos ondas de igual frecuencia provenientes de la misma fuente, por lo tanto podemos aplicar la fórmula general vista en clase (o deducirla de la regla de la suma de senos). Esta fórmula dice:

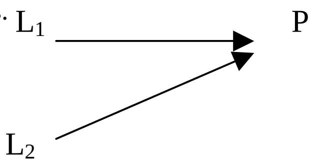
$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\dfrac{\delta}{2} sen\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}x - \dfrac{2\pi}{T}t + \dfrac{\delta}{2}\right)$ Necesitamos conocer primero el desfase entre las dos ondas: de la expresión de ambas se ve que δ=π/2. Por tanto:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\pi}{2} sen\left(0{,}2\pi x - 200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

c) La onda resultante como podemos ver tiene la misma frecuencia, longitud de onda y velocidad que las iniciales.

d) La amplitud de la onda resultante es $2A\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2A\cos(45) = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}A$. La superposición da lugar a un valor intermedio entre interferencia totalmente destructiva y totalmente constructiva.

7. Por la línea L_1 se desplaza una onda dada por la ecuación y1 = 5.cm sen(l_1 –t) desde su origen hasta el punto P, situado a 8 m de distancia (véase la figura adjunta). A lo largo de la línea L_2 se desplaza otra onda armónica dada por la ecuación y2 = 5. cm sen(l_2 -t), desde el origen de L_2 hasta el punto P, situado a 12 m. Donde l_1 y l_2 son las distancias en metros a lo largo de cada línea y t el tiempo en segundos. Calcule la ecuación de onda en el punto P al superponerse ambas ondas.



   a. Las dos ondas, al llegar al punto P tendrán como ecuaciones:
   $y_1 = 5.cm\, sen(8-t) \quad y_2 = 5.cm\, sen(12-t)$
   b. Superponiéndolas según la fórmula de suma de senos
   $$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\, sen\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) = 2\cdot 5cm\,\cos\frac{8-12}{2}\, sen\left(\frac{20-2t}{2}\right)$$
   $y = 10cm\,\cos(-2) sen(10-t)$ En realidad al tratarse de un punto fijo no obtenemos la ecuación de una onda sino de un movimiento oscilatorio.

8. La longitud de la segunda cuerda de una guitarra es de 60 cm cuando vibra a 247 Hz. Determinar:
   a. ¿Cuál es la velocidad de las ondas transversales en la cuerda?
   b. Si μ = 0.01 g/cm ¿Cuál es la tensión cuando está vibrando?
   (Sol: a) 296 m/s b) 87,85 N)

9. El canal auditivo ,cuya longitud es de unos 2.5 cm, puede aproximarse por un tubo abierto por un extremo.
   a. ¿Cuales serían sus frecuencias de resonancia dentro del rango audible (20-20000 Hz)?
   b. Describir el posible efecto que este hecho puede tener en la audición.
   (Sol: a) 3400, 10200, 17000 Hz)

10. Se piensa que el cerebro estima la dirección de las fuentes sonoras detectando la diferencia de fase entre las ondas que llegan a los dos oídos. Una fuente distante emite a una frecuencia de 680 Hz. Cuando miremos en su dirección la diferencia de fase debería ser nula. Estimar el cambio en la diferencia de fase al girar la cabeza 90^0 horizontalmente. (Sol: unos 0.8 π rad)