

Soluciones a problemas del tema 3 no resueltos en clase

8. 1) Para que la masa adosada se encuentre en reposo la suma de las fuerzas que se ejercen sobre ella ha de ser nula. Por tanto:

$$mg = F_R \quad (1)$$

La fuerza de rozamiento estático F_R es siempre menor o igual que μN , donde N es la normal al plano de contacto entre el masa adosada y la vagoneta. Sabemos que la masa se mueve horizontalmente con una aceleración a , igual a la de la vagoneta, por tanto, la fuerza ejercida por la vagoneta sobre la masa adosada tiene que ser $N = ma$. Entonces, la fuerza de rozamiento viene dada por

$$F_R \leq \mu N = \mu ma \quad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2)

$$mg \leq \mu ma \Rightarrow a \geq \frac{g}{\mu} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2}{0,6} \simeq 19,6 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

- II) De (1) tenemos

$$F_R = mg = 2 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 = 19,6 \text{ N} \quad (4)$$

- III) Como se ha visto en la primera parte de la resolución del problema, la fuerza de rozamiento estático toma el valor necesario para equilibrar al peso, siempre que para ello no se exceda el valor máximo que puede tomar la fuerza de rozamiento estático que equivale a μN . Aunque aumente la aceleración a de la vagoneta, la fuerza de rozamiento sigue equilibrando el peso de la masa ($F_R = mg$), haciendo que esta permanezca en reposo respecto de la superficie de contacto con la vagoneta. Al aumentar la aceleración, aumenta la fuerza N que ejerce la vagoneta sobre la masa, pero la fuerza de rozamiento no varía.

10. La velocidad límite es aquella que se alcanza cuando la fuerza de rozamiento equilibra el resto de fuerzas que se aplican sobre el móvil. Debido a ello, a partir de ese momento el móvil avanza con velocidad constante. Por tanto, si la segunda ley de Newton para un objeto de masa m_b que cae en un fluido dice

$$m_b g - E - K\eta v = m_b a \quad (5)$$

entonces, la velocidad límite v_l será aquella que cumple

$$m_b g - E - K\eta v_l = 0 \quad (6)$$

donde m_b representa la masa de la esfera y E el empuje hacia arriba debido a que la esfera se encuentra dentro de un fluido. Despejando obtenemos

$$v_l = \frac{m_b g - E}{K\eta} \quad (7)$$

De la expresión (7) nos queda por calcular la masa de la esfera m_b y el empuje E . La masa de cualquier cuerpo es igual a su volumen por su densidad. Como es una esfera tenemos

$$m_b = \rho_b V_b = \frac{4}{3} \pi R_b^3 \rho_b \quad (8)$$

donde ρ_b y R_b son datos del problema. El empuje viene dado por el principio de Arquímedes y equivale al peso del fluido desalojado por la esfera que se encuentra totalmente sumergida en el fluido

$$E = g\rho_{liq}V_b = \frac{4}{3}\pi R_b^3 g\rho_{liq} \quad (9)$$

expresión en la que de nuevo todo es conocido. Substituyendo (8) y (9) en (7) obtenemos

$$v_l = \frac{4\pi g R_b^3}{3K\eta}(\rho_b - \rho_{liq}) = \frac{2gR_b^2}{9\eta}(\rho_b - \rho_{liq}) \quad (10)$$

donde hemos hecho uso de la relación $K = 6\pi R_b$ que nos da el valor del coeficiente K para una esfera de radio R_b . Finalmente basta con introducir los datos del problema en (10) teniendo en cuenta que hay que expresar R_b y las densidades en el S.I.

$$v_l = \frac{2 \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times (10^{-7} \text{ m})^2}{9 \times 1,8 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2} (4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 - 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) \simeq 0,024 \text{ m/s} = 2,4 \text{ cm/s} \quad (11)$$

11. La lectura de la balanza corresponde con el valor de la fuerza que ejerza el hombre sobre la balanza. Por la ley de acción y reacción, esta coincide (en módulo) con la fuerza que ejerce la balanza sobre el hombre y que llamaremos N , a partir de ahora. En los cuatro casos el problema se puede resolver escribiendo la segunda ley de newton para el hombre.

I) y II) Si el ascensor (y por tanto la balanza y el hombre) se mueve con velocidad constante respecto del suelo, significa que es también un sistema de referencia inercial. Las leyes de la mecánica son iguales en todos los sistemas de referencia inerciales (no aparecen las llamadas fuerzas ficticias), por lo que la lectura de la balanza ha de ser la misma que si todo el sistema balanza+hombre se encontrara en reposo en el suelo. Es decir, la lectura de la balanza es el peso del hombre: $N = mg$ (N).

- III) Cuando el ascensor sube con aceleración a , la ley de newton para el hombre se lee

$$N - mg = ma \quad (12)$$

puesto que las fuerzas que actúan sobre el hombre son la reacción de la balanza N hacia arriba, y el peso del hombre mg hacia abajo. La aceleración del hombre será a (hacia arriba), la misma que la del ascensor ya que la posición del hombre con respecto del ascensor no cambia con el tiempo. Despejando obtenemos

$$N = m(g + a) \text{ (N)} \quad (13)$$

que es la lectura de la balanza en este caso.

- IV) Siguiendo un razonamiento similar al del punto III, obtenemos la siguiente expresión para la ley de newton

$$N - mg = -ma \quad (14)$$

ya que ahora el conjunto ascensor, balanza y hombre se mueven con aceleración de módulo a pero hacia abajo. Despejando obtenemos

$$N = m(g - a) \text{ (N)} \quad (15)$$

Nótese sin embargo que la expresión (15) sólo es válida si $a < g$, porque la fuerza N ejercida por la balanza sobre el hombre nunca puede ser negativa (la balanza siempre ejerce una fuerza hacia arriba sobre el hombre). Por tanto, la expresión (15) es la lectura de la balanza si ascensor cae con una aceleración menor a la de la gravedad. ¿Qué ocurre en caso contrario? Lo que ocurrirá entonces es que no todo el conjunto se mueve con aceleración a , sino que el hombre (y la balanza, si ésta no se encuentra fijada al suelo del ascensor) descenderán en caída libre con aceleración g y por tanto la balanza no ejerce ninguna fuerza sobre el hombre y viceversa. En tal caso, la lectura de la balanza ha de ser cero.